

Tranziens reaktorfizikai folyamatok végeelem-módszeren alapuló diffúziós modellezése

Babcsány Boglárka, Hajas Tamás, Mészáros Péter

BME Nukleáris Technikai Intézet
1111 Budapest, Műegyetem rakpart 3.

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetében 2014 óta folyó aktív, a neutrontranszport állandósult és időbeli folyamatának diffúziós és magasabb rendű közelítéseire alapuló végeelem-modellezését célzó, algoritmus- és programfejlesztési kutatások. Ezen reaktorfizikai kutatások egyik eredménye, hogy kifejlesztettünk egy térben végeelem-, időben végesdifferencia-módszert alkalmazó numerikus algoritmust és számítógépes kódot, mely képes kapcsolt terek, vagyis az idő- és térbeli neutronfluxus-eloszlás mellett például a hőmérséklet alakulásának vagy akár a hőtágulásnak a modellezésére is. A numerikus- és számítógépes modell verifikációja jelenleg is folyamatban van, jelen cikkben a módszertan rövid összefoglalása mellett szintetizálva közöljük a tesztelés eredményeit. A kifejlesztett módszertan rugalmassága miatt multifizikai szimulációkra is alkalmas lehet.

Bevezetés

A végeelem-módszer reaktorfizikai alkalmazásának kezdete az 1970-es évekre tehető. Kang és Hansen 1973-ban megjelent folyóiratcikkükben az elsők között világítottak rá arra, hogy egy ígéretes megközelítés az egyes neutrontranszport-közelítések matematikai modelljeként kapott parciális differenciálegyenletek megoldására, ha a megoldásfüggvényt valamilyen megfontolás szerint definiált próbafüggvényekkel kifejtett alakban keressük [1]. A hivatkozott cikkben rámutattak arra is, hogy ezen az elven működik a strukturális mechanikában elterjedten alkalmazott ún. Ritz-Galerkin eljárás, melyet végeelem-módszernek is neveznek.

A végeelem-módszer alkalmazása során a vizsgált tértartományt véges darabszámú kisebb régióra, ún. elemekre osztjuk, melyet hálózásnak nevezünk. A módszer alkalmazásának lényege, hogy a megoldásfüggvényt valamennyi elemben az adott elem belüli értelmű polinomok segítségével, közelítő alakban keressük. A kis elemméretek alkalmazása előnyös, hiszen az elem belüli lineáris, illetve kvadratikus polinomiális kifejtés amellett, hogy matematikailag könnyen kezelhető, kellően pontos eredményre vezet a reaktorfizikában vizsgált problémák nagy része esetében, a szakaszonként folytonos polinomiális közelítés pedig rugalmasságot ad az egyes elemek határára definiált folytonossági vagy ugráskritériumok, illetve a különböző peremfeltétel-típusok kezelése tekintetében. A fentiek alkalmazásával a diszkrétizációs eljárás végső soron egy lineáris algebrai egyenletrendszer megoldására egyszerűsödik, mely feladatot bevett numerikus eljárások segítségével könnyen elvégezhetjük.

Kang és Hansen 1973-as cikkükben már közöltek az időfüggő diffúzióegyenlet, illetve a hozzá csatolt későneutronanyag-koncentrációkra vonatkozó differenciálegyenletek együttesének megoldására egy térben

végeelem-, időben végesdifferencia- és Hermit-féle módszerre épülő numerikus modellt. Gyakorlatilag ezt követően indult meg a fokozottabb érdeklődés ezen eljárás reaktorfizikai alkalmazásának irányába. Olyan, a neutrontranszport elméletének terén neves kutatók kezdtek el ezzel a témakörrel foglalkozni, mint W.F. Miller és E.E. Lewis [2] (egyik közös írásuk a Neutrontranszport számítási módszerek c. könyv [3]), M.R.R. Williams [4] (egyik legismertebb szerzeménye a Véletlen folyamatok atomreaktorokban c. könyv [5]) vagy P.A. Raviart [6], akiről azóta egy végeelem-eljárást is elneveztek (ez az ún. Thomas-Raviart-Nédélec eljárás [7], [8]). Jelentős hozzájárulást nyújtott a végeelem-módszer reaktorfizikai alkalmazásának fejlődéséhez R.T. Ackroyd munkássága (lásd a [9] és [10] közötti cikkeket a munkásságát összesítő adatbázisban [11]), aki csaknem 20 esztendőn keresztül kutatta e módszer neutrontranszport modellezésére történő felhasználását.

A '80-as évekre javában megkezdődtek a francia, német és japán végeelem-módszeren alapuló diffúziós kódfejlesztési munkák [12], [13], [14]. A francia fejlesztésű CRONOS kód már akkor térben végeelem-, időben Crank-Nicolson diszkrétizációs eljárást alkalmazott, továbbá alkalmas volt a moderátor sűrűségbeli és az üzemanyag hőmérsékletbeli változása okozta visszacsatolások figyelembe vételére csatolt reaktorfizikai-termohidraulikai számítások révén [12]. Mára talán a CRONOS kód továbbfejlesztése révén létrejött francia CRONOS/MINOS és CRONOS/MINARET kódrendszerek a legfejlettebbnek mondható végeelem-módszert alkalmazó reaktorfizikai programok, melyben a diffúziós közelítés mellett rendre az ún. SP_3 és S_N transzportközelítések megoldása is implementálásra került [15], [16].

Végelem-módszert a legtöbb esetben az időfüggetlen diffúzióegyenlet megoldására alkalmazták [17]-[23], ugyanakkor több példa is akadt az időfüggő diffúzióegyenlet megoldására is [24]-[26]. Utóbbiak közül

Nahla térben és időben is végesdifferencia-, pontosabban utóbbi esetében az ún. theta-módszert [24], Mahadevan térben végeselem-, időben diagonálisan implicit Runge-Kutta módszert [25], míg Wang térben végeselem-, időben implicit végesdifferencia-sémát alkalmazott [26]. A szerzők tudomása szerint a jelen kutatást megelőzően térben végeselem-, időben theta-módszert alkalmazó algoritmust és az algoritmusra épülő programot még nem fejlesztettek. Jelen kutatási munkában újdonság továbbá a neutronfluxus mellett további változók, így a hőmérsékletnek és az elmozdulásnak ugyanezen algoritmussal, a fejlesztett programon belül modulárisan kapcsolt módon történő számítása, melyre a vonatkozó szakirodalomban eddig még ugyancsak nem volt példa. Ezzel a fejlesztett kód alkalmazása lehetőséget nyújtana az ún. multifizikai szimulációk végrehajtására, azaz több fizikai mező együttes vizsgálata esetében azok szimultán modellezésére.

Ugyanakkor a legutóbbi trendek azt mutatják, hogy vannak már olyan fejlett, végeselem-módszeren alapuló multifizikai szoftverek (pl.: Multiphysics COMSOL [27]), melyeket általános célú fizikai és mérnöki alkalmazásra terveztek, ezáltal alkalmasak lehetnek az atomenergetikán belüli csatolt reaktorfizikai, termohidraulikai és strukturális mechanikai számítások végrehajtására is [28]-[30]. A COMSOL kód alkalmazását a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME) Nukleáris Technikai Intézetén (NTI) belül is megkezdjük, érdekes tapasztalat lehet a saját fejlesztésű program, illetve a COMSOL eredményeinek összevetése is az előbbi verifikációjának kiterjesztése céljából.

Jelen folyóiratcikkben röviden bemutatjuk az általunk fejlesztett algoritmust, illetve az algoritmusra épülő, saját fejlesztésű program tesztelése első lépéseinek eredményeit. A cikk ennek megfelelően a módszertan áttekintésével folytatódik, majd áttérünk a tesztproblémák, illetve az esetükben kapott eredmények bemutatására. Cikkünket végezetül összefoglalóval és a továbbfejlesztési lehetőségekre való kitekintéssel zárjuk.

A módszertan áttekintő bemutatása

A BME NTI-n belül fejlesztett végeselem-módszeren alapuló, determinisztikus időfüggő neutrontranszportkód reaktorfizikai moduljának elméleti alapját a diffúzió-egyenlet mint a Boltzmann-féle neutrontranszport-egyenlet leggyakrabban alkalmazott közelítése adja. Az időfüggő diffúzióegyenlet a neutronok számának időbeli változására vonatkozó mérlegegyenlet, mely a folytonos neutronenergia-tartomány diszkretizációja révén kapott, G darab energiacsoportot tartalmazó többcsoportközelítés esetében és külső neutronforrás nélkül a következő alakban írható fel ($g = 1, \dots, G$):

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \text{div} \left[D_g(\vec{r}) \text{grad} \phi_g(\vec{r}, t) \right] - \Sigma_g^t \phi_g(\vec{r}, t) + Q_0(\vec{r}, t), \quad (1)$$

ahol v_g a g -edik energiacsoportba tartozó neutronok csoportsebessége, $\phi_g(\vec{r}, t)$ az idő- és helyfüggő neutronfluxus, D_g a g -edik energiacsoport diffúziós állandója, Σ_g^t a g -edik energiacsoport teljes hatáskeresztmetszetre vonatkozó csoportállandója, illetve $Q_0(\vec{r}, t)$ a szórás és hasadási (mind a prompt, mind a későneutronokat) tartalmazó forrástag. A fenti egyenlet a reaktorkinetikai problémák leírásához kiegészül - D darab későneutron-anyamagcsoport

feltételezésével - az alábbi, a későneutron-anyamagok koncentrációjának időbeli változására vonatkozó differenciálegyenletekkel ($d = 1, \dots, D$):

$$\frac{\partial C_d(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\lambda_d C_d(\vec{r}, t) + \beta_d \sum_{g=1}^G v_g \Sigma_g^f \phi_g(\vec{r}, t), \quad (2)$$

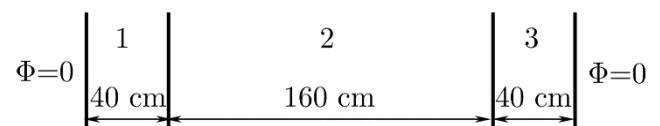
ahol $C_d(\vec{r}, t)$ a d -edik későneutron-anyamagcsoport koncentrációja, λ_d a d -edik későneutron-anyamagcsoportra vonatkozó bomlási állandó, β_d a d -edik későneutron-anyamagcsoport részaránya, míg $v_g \Sigma_g^f$ a g -edik energiacsoportban a hasadásonként keletkező átlagos neutronszámra és hasadásra vonatkozó csoportállandók szorzata.

A kód termikus modulja a hővezetés általános differenciálegyenletének megoldását végzi, mely a következő alakban írható fel:

$$\rho c_p \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\text{div}[\lambda(\vec{r}) \text{grad} T(\vec{r}, t)] + \dot{q}'''(\vec{r}, t), \quad (3)$$

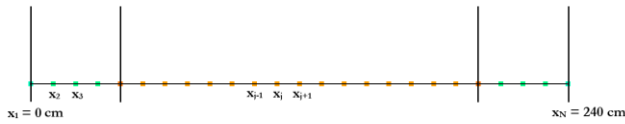
ahol ρ a vizsgált anyag sűrűsége, c_p az izobár fajhője, λ a hővezetési tényezője, $T(\vec{r}, t)$ a hely- és időfüggő hőmérséklet, míg $\dot{q}'''(\vec{r}, t)$ a hely- és időfüggő térfogati hőfelszabadulást leíró tag. A termikus modul ugyanakkor nem terjed ki a hűtőközegbeli termohidraulika modellezésére. A mechanikai modul pedig a geometriai, anyag- és a köztük kapcsolatot teremtő egyensúlyi egyenletek együttesét tartalmazó lineáris rugalmas alakváltozási modellre épül, a modulok között pedig visszacsatolások figyelembe vételére is van lehetőség (a program által alkalmazott modellekről bővebben a [31], [32] és [33] munkák értekeznek).

A figyelembe vett fizikai modellt leképező parciális differenciálegyenlet-rendszer numerikus megoldásához térben végeselem-módszert, időben theta-módszeren alapuló végesdifferencia-sémát alkalmazunk. A térben végeselem-módszeren alapuló diszkretizációs eljárás során minden esetben létre kell hozni egy geometriai modellt, melyhez a GMSH nyílt forráskódú CAD-alapú szoftvert alkalmazzuk [34]. Ezzel a szoftverrel végezzük a geometriai modell hálózását is. A hálózás által meghatározott elemeken belül a megoldásfüggvényt az elemek csomópontjaiban, végeselem-terminológia szerint nódusaiban értelmezett függvényértékek és az elemtípus által meghatározott forma- vagy más néven interpolációs függvények segítségével közelítjük. Minden modellalkotási folyamat része a megoldásfüggvények (pl.: effektív sokszorozási tényező, illetve fluxuseloszlások) hálófűggetlenségének ellenőrzése. A folyamat lépéseinek bemutatásához példaként tekintünk egy egyszerű, egydimenziós, 160 cm széles, mindkét oldalán 40 cm-es reflektorral ellátott reaktormodell (lásd 1. ábra) a határain zéró fluxus, közelítő vákuum peremfeltétellel.



1. ábra: Egydimenziós, (y, z) irányokban végtelennek tekintett reaktorgeometria [35]

A $0 \leq x \leq 240$ cm-es tartományt térben, ekvidisztáns módon elemekre bontjuk (lásd 2. ábra), vagyis definiálunk egy olyan hálót, amely N darab nódusból és $N-1$ elemből áll. A nódusokat a 2. ábrán x_j -vel jelöljük, ahol $j = 1, 2, \dots, N$. Minden $x_j \leq x \leq x_{j+1}$ intervallumra elemként hivatkozunk.



2. ábra: Az egydimenziós, (y,z) irányokban végtelennek tekintett reaktorgeometria hálózásának egy példája

Az időfüggő csoportfluxusok térbeli eloszlását (ahogyan a későneutronanyag-koncentráció-, hőmérséklet-, illetve elmozdulásmezőket is, amennyiben a probléma definíciója számításukat megköveteli) a vizsgált tartományon az alábbi, közelítő alakban keressük:

$$\phi_g(x, t) \approx \sum_{j=1}^N h_j(x) \phi_{g,j}(t), \quad (4)$$

ahol a $\phi_{g,j}(t)$ függvények a nódusokban értelmezett időfüggő csoportfluxusok, a $h_j(x)$ függvények pedig folytonos, ebben a szemléltetési célú példában szakaszonként lineáris függvények az alábbi definíció szerint:

$$h_j(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_{j-1}, \\ \frac{x-x_{j-1}}{x_j-x_{j-1}} & x_{j-1} \leq x \leq x_j, \\ \frac{x_{j+1}-x}{x_{j+1}-x_j} & x_j \leq x \leq x_{j+1}, \\ 0, & x_{j+1} \leq x. \end{cases} \quad (5)$$

A fenti kifejtést az eredeti parciális differenciálegyenlet-rendszerbe visszahelyettesítve, az ún. Galerkin-féle súlyozást alkalmazva, majd az egyenleteket a vizsgált tartományon kiintegrálva végső soron egy lineáris algebrai egyenletrendszert kapunk, melyet egy alkalmasan megválasztott numerikus eljárás segítségével könnyedén megoldhatunk.

A megoldási algoritmus implementációja számos kihívást hordoz. A teljesség igénye nélkül többek között az elemeken történő integrálás numerikus megvalósítását, amelynek fontos szerepe magasabb rendű elemeken belüli interpoláció esetében, illetve többdimenziós problémák megoldásakor van; a számítógépes algoritmus gyorsításának céljából az elemeken történő numerikus integrálás párhuzamosítását; a lineáris algebrai egyenletrendszer felépítéséhez szükséges és a háló paramétereitől függő rendezőalgoritmus implementálását; illetve a lineáris algebrai egyenletrendszer mátrixegyütthatóinak memóriahatékony tárolását tekintettel azok ritka mátrix tulajdonságára.

Az idő szerinti diszkretizáció, ahogy már említettük, az ún. theta-módszeren alapul, melynek lényege, hogy a keresett időfüggő változónk t időpillanatbeli értékét linearizáljuk a t és t+1 időpillanatbeli idő szerinti deriváltértékek konvex kombinációjaként. Amennyiben az (1) egyenletet tekintjük példának, akkor a következő idő szerinti sémát kapjuk ($\theta \in [0,1]$):

$$\frac{1}{v_g} \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{i+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_i)}{\Delta t} = \theta f(t_{i+1}, \phi_g(\vec{r}, t_{i+1})) + (1-\theta) f(t_i, \phi_g(\vec{r}, t_i)), \quad (6)$$

ahol f az (1) egyenlet jobb oldalán szereplő operátorok összehatását szimbolizálja. Amennyiben a θ implicititás paraméter 1, akkor a (6) egyenlet szerinti séma az implicit Euler-módszernek felel meg, amennyiben értéke 0, akkor az explicit Euler-módszert adja, ha pedig értéke 1/2, akkor az ún. Crank-Nicolson sémát kapjuk. Utóbbi használata javasolt gyors időbeli változások jellemzésére, hiszen – ellentétben az explicit és implicit Euler-módszerekkel, másodrendű konvergencia jellemzi, vagyis az időintervallumok hosszának csökkentésével gyorsabban konvergálunk a valós megoldáshoz.

A fent bemutatott modellel, illetve numerikus sémákra építve fejlesztettük ki a DIREMO kódot (**D**iffúziós **R**Eaktor**M**odellező **O**ktató**p**rogram), melynek tesztelése különböző, egytől háromdimenziós statikus és kinetikus benchmarkproblémákon megtörtént, illetve alkalmazásának vizsgálata valós reaktorproblémákon folyamatban van. Célunk volt továbbá, hogy a DIREMO kódot az APROS termohidraulikai rendszerkódhoz csatoljuk, a csatolt számítási képesség tesztelése jelenleg folyamatban van. A következőekben a fejlesztett kód tesztelése során vizsgált problémákból szemelvényezünk, mellyel célunk, hogy rálátást adjunk a DIREMO kód számítási képességeinek egy halmazára.

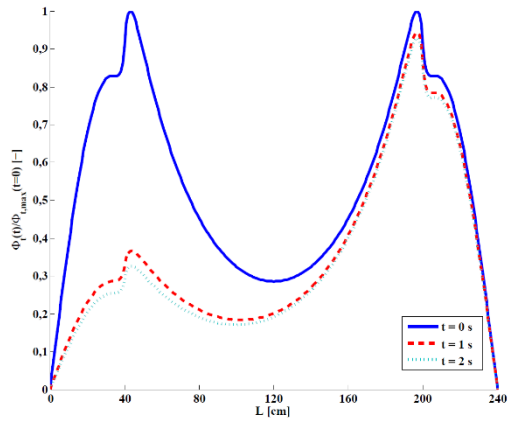
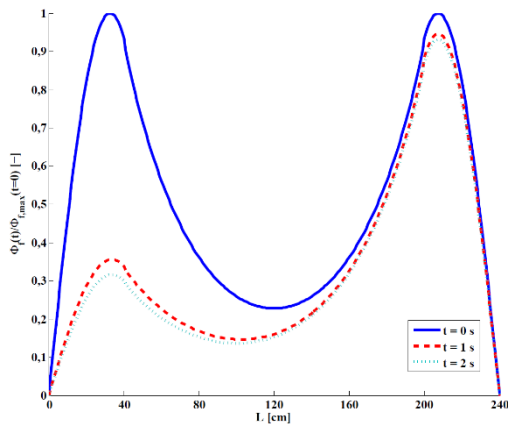
Szemelvények a DIREMO-val végzett tesztszámításokból

A DIREMO kód tesztelése során végzett számítások közül három példát emelünk ki. Az első probléma egydimenziós, időfüggő, kétcsoport tesztszámításokra vonatkozik, majd egy kétdimenziós, forralóvízes (BWR) reaktorbenchmark esetében kapott, Doppler-visszacsatolást is figyelembe vevő, kapcsolt reaktorfizikai-termikus modellszámítás eredményeit közöljük. Végezetül egy a BME Oktatóreaktorán végzett, kadmium minta által lekötött reaktivitást vizsgáló kísérlet szimulációs reprodukciójának kezdetleges eredményeit mutatjuk be.

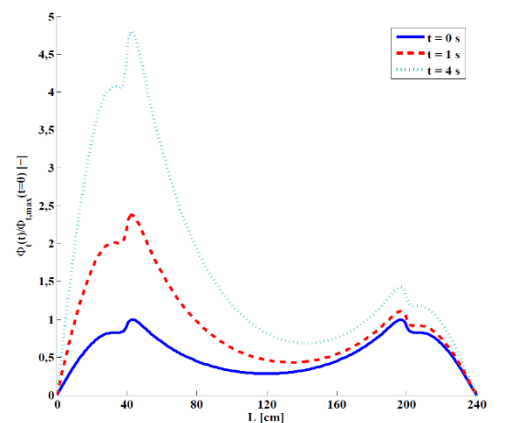
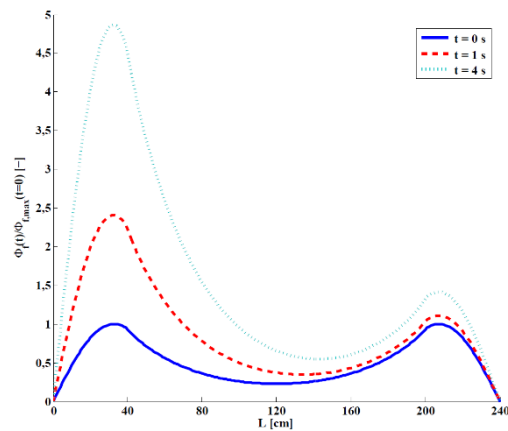
Egydimenziós tranziensszámítások

Az egydimenziós futtatások során vizsgált reaktorgeometria modelljét az 1. ábra szemlélteti. Az 1. ábrán az 1, 2, illetve 3-ossal jelölt régiók közül az 1-es és 3-as anyagi régió összetétele kezdetben megegyezik, az állandósult állapotot azonban először az 1-es régió termikus abszorpciócs csoportállandójának lineáris növelésével (egy másodperc alatt 3%-kal), majd lineáris csökkentésével (egy másodperc alatt 1%-kal) perturbáltuk. Ezt a feladatot diffúziós kódok verifikációjának céljából az Argonne National Laboratory által közreadott benchmark gyűjteményben definiálták [36], az általunk alkalmazott csoportállandók, illetve a számítási eredményeink referenciájaként szolgáló effektív sokszorozási tényező (0,901507) és időbeli teljesítményalakulások megtalálhatók a hivatkozott dokumentumban.

Az időfüggő számítás az állandósult állapotot jellemző gyors- és termikus fluxuseloszlás, illetve effektív sokszorozási tényező számításával kezdtük, mely esetében a referenciamegoldással nagyon jó egyezést értünk el. Az effektív sokszorozási tényező tekintetében a referenciától való eltérés kevesebb mint 6 pcm-nek adódott, míg a regionális teljesítményértékek esetében 1%-nál kisebb eltérést tapasztaltunk. Az időfüggő számításokat a számított effektív sokszorozási tényező segítségével beállított kritikus állapotból indítottuk, vagyis leosztottuk a kapott effektív sokszorozási tényezővel a hasadási csoportállandót, illetve annak segítségével egyensúlyi későneutronanyag-koncentrációt számítottunk. A tranziens számítások eredményeként az első régióban növekvő termikus abszorpció esetében a 3. ábrán, míg a csökkenő termikus abszorpció esetében a 4. ábrán látható gyors- és termikus fluxuseloszlás időbeli alakulásokat kaptuk. Mindkét esetben 1% alatti eltérést kaptunk a referenciához hasonlított regionális teljesítmények eltérését illetően.



3. ábra: A gyors (fent) és termikus (lent) fluxuselozlás a kezdeti időpillanatban és a szimuláció 1. és 2. másodpercében növekvő abszorpció esetében

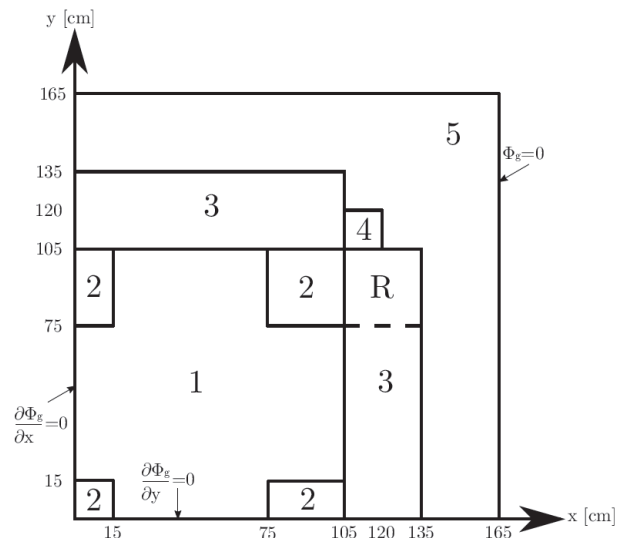


4. ábra: A gyors (fent) és termikus (lent) fluxuselozlás a kezdeti időpillanatban és a szimuláció 1. és 4. másodpercében csökkenő abszorpció esetében

A fenti példák egy-egy egyszerűsített rúdbetolás és rúdkihúzás eseteinek szemléltetésére szolgálnak, reaktorfizikai és termikus visszacsatolások figyelembe vétele nélkül. A következő, ugyancsak akadémiai benchmark problémában azonban tesztelhetjük a DIREMO kapcsolt és visszacsatolást tartalmazó problémák számítására vonatkozó képességét is.

Kétdimenziós kapcsolt tranziensszámítások Doppler-visszacsatolás figyelembe vételével

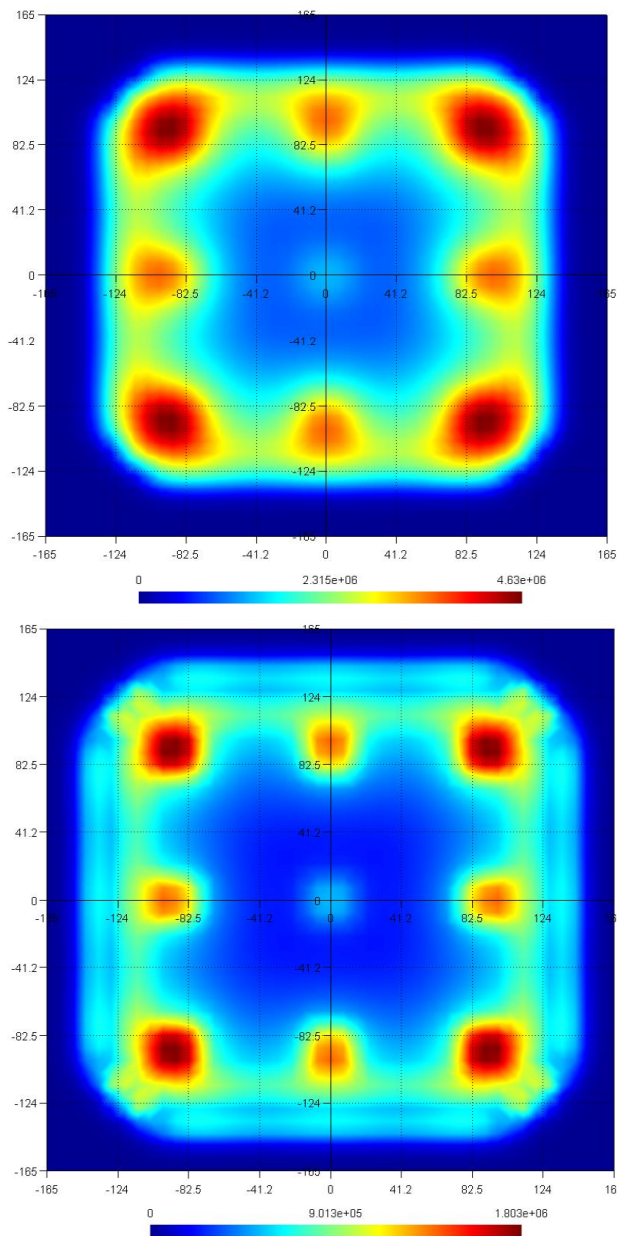
Ebben a prompt szuperkritikus tranziens benchmark feladatban egy kétdimenziós BWR problémát modelleztünk, melynek geometriai felépítését az 5. ábra szemlélteti. A benchmark specifikációban megfogalmazottak szerint kétcsoport diffúziós közelítést alkalmaztunk két későneutron-anyamagcsoport figyelembe vételével, a termikus modulban adiabatikus felfűtést vettünk figyelembe, míg a reaktorfizikai és termikus modul közötti kommunikációval a Doppler-visszacsatolást analitikus függvény formájában modelleztük. A részletes geometria és anyagjellemző specifikációt, beleértve a csoportállandókat, azok hőmérsékletfüggését, továbbá a későneutron-anyamagcsoportok paramétereit a benchmarkleírás tartalmazza [37].



5. ábra: A kétdimenziós, BWR negyedzóna geometria [35] (1: 1-es típusú üzemanyag és szabályozórúd homogén keveréke; 2: 1-es típusú üzemanyag; 3: 2-es típusú üzemanyag és szabályozórúd homogén keveréke; 4: 2-es típusú üzemanyag; 5: reflektor; R: 2-es típusú üzemanyag és szabályozórúd homogén keveréke, a tranziens során perturbált régió)

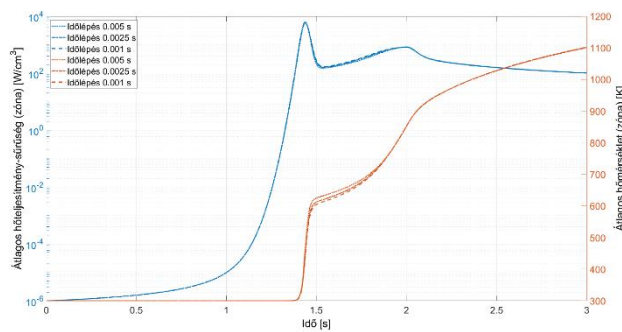
A tranziens szimuláció kezdeti feltételül szolgáló csoportfluxus-eloszlásokat és a kritikus állapotról indításhoz szükséges effektív sokszorozási tényezőt a DIREMO kód stacioner modulja számította. Utóbbinak a referenciaként megadott 0,996330 értékhez képesti eltérése ugyancsak 6 pcm alattinak adódott. A kezdeti gyors- és termikus fluxuselozslások a 6. ábrán láthatók.

A tranziens az 5. ábrán R-rel jelölt régióban történő 0,2 másodperc alatti csaknem 13%-os termikus abszorpciós csoportállandó-csökkenés okozza, amelyet gyakorlati szempontból rúdkilökődésként is értelmezhetünk. A gyors teljesítménynövekedés hatására az üzemanyag melegedni kezd, ami azonban a rezonanciakiséleledés miatt negatív visszacsatolást eredményez a reaktivitásra.

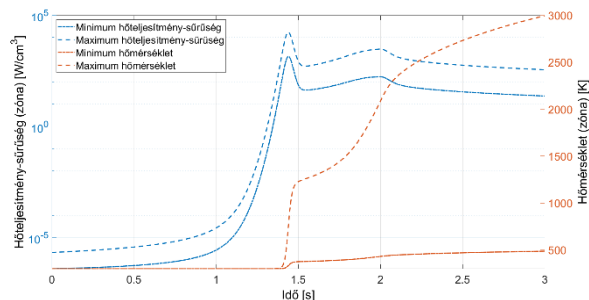


6. ábra: A kétdimenziós, BWR modell esetében kapott kezdeti gyors (fent) és termikus (lent) fluxuselozások [1/(cm²s)] a cm-ben mért pozíciók mentén (a számított eloszlásokat az 5. ábrán definiált szimmetriatengelyekre tükröztük)

Ezt az effektust a gyors energiacsoportban az abszorpciós csoportállandó hőmérséklet hatására történő növekedésével veszi figyelembe a kitűzött feladat, így ennek megfelelően mi is így modelleztük. Azt várjuk, hogy a Doppler-effektus negatív reaktivitás-visszacsatolással ellensúlyozni tudja a rúdkioldódás okozta teljesítménynövekedést, és a reaktor hirtelen teljesítmény- és hőmérsékletnövekedését is megfogja. A szimuláció eredménye megfelelt a várakozásunknak, illetve illeszkedik a benchmarkfeladat referenciamegoldásaihoz is. A kapott eredményeket az átlag, minimum és maximum hőteljesítmény-sűrűségek, illetve a hőmérsékletek időbeli alakulásának szemléltetésével a 7. és 8. ábrák tartalmazzák, a 7. ábrán feltüntetve a diszkrétizációhoz alkalmazott különböző időlépések hatását is.



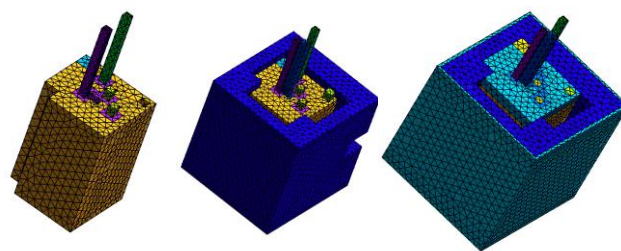
7. ábra: A kétdimenziós, BWR modell esetében kapott átlagos hőteljesítmény-sűrűség és zóna átlaghőmérséklet időbeli alakulása



8. ábra: A kétdimenziós, BWR modell esetében kapott minimum és maximum hőteljesítmény-sűrűségek és zóna hőmérsékletek időbeli alakulása

A BME Oktatóreaktorára vonatkozó eredmények

A harmadik feladat a BME Oktatóreaktor háromdimenziós modelljének [38] alapján történő felépítését (lásd 9. ábra), illetve az azon elvégzett két stacioner tesztszámítást fedti le. A számításához szükséges csoportállandókat két energiacsoportra Böröczki Zoltán kollégánk bocsátotta rendelkezésünkre, azokat az ERANOS kód ECCO moduljával generálta [38]. Célunk az volt, hogy a DIREMO számítási eredményeit mért adatokhoz – jelen esetben a BME Oktatóreaktorába juttatott kadmium minta által lekötött reaktivitás mért értékéhez – hasonlítsuk. Az első számítás során így egy perturbálatlan állapotot szimuláltunk, míg a második számítás során az Oktatóreaktor csőpostarendszerének segítségével bejuttatott kadmium mintát is figyelembe vettük a számításainkban. Az elvégzett mérések alapján a kadmium minta körülbelül 21 ¢ reaktivitást kötött le, a diffúziós számításainkkal pedig 18 ¢ reaktivitáslekötést kaptunk eredményül; a 3 ¢ reaktivitáskülönbséget jó egyezésnek tekinthetjük.



9. ábra: A BME Oktatóreaktor háromdimenziós modelljének felépítése a GMSH programmal

Összefoglalás és kitekintés

A BME Nukleáris Technikai Intézetében 2014 óta folyik végelem-módszeren alapuló reaktorfizikai kódfejlesztés, mely kutatásnak egyik eredménye, hogy létrejött a háromdimenziós, kapcsolt reaktorfizikai, termikus és mechanikai számításokra is képes DIREMO kód. A DIREMO kódot különböző egytől háromdimenziós, illetve statikus és dinamikus problémákon teszteltük, melyek eredménye alátámasztja, hogy a fejlesztett kód reaktorfizikai problémák széles skálájának szimulációjára

alkalmazható. Jelenleg folyamatban van a DIREMO kódnak az APROS rendszerkódhoz történő csatolása is, melynek eredményes megvalósítása várhatóan kiterjeszti a szimulálható problémák halmazát. Bár a tesztesetek nagy része egyelőre akadémiai benchmarkproblémák megoldására korlátozódik, elkezdjük kiterjeszteni a verifikációs és validációs tevékenységet valós reaktorokra vonatkozó benchmarkproblémák, illetve mérések szimulációjára is. A jövőben tervezzük a [38]-ban bemutatott kísérlet dinamikus szimulációját, illetve VVER reaktorokra vonatkozó számításokat is szeretnénk végezni.

Irodalomjegyzék

- [1] C. M. Kang & K. F. Hansen: *Finite Element Methods for Reactor Analysis*, *Nuclear Science and Engineering*, 51:4, 456-495, DOI: 10.13182/NSE73-A23278, 1973.
- [2] W. F. Miller Jr., E. E. Lewis & E. C. Rossow: *The Application of Phase-Space Finite Elements to the One-Dimensional Neutron Transport Equation*, *Nuclear Science and Engineering*, 51:2, 148-156, DOI: 10.13182/NSE73-A26590, 1973.
- [3] W. F. Miller Jr. & E. E. Lewis: *Computational Methods of Neutron Transport*, ISBN: 978-0-89448-452-0, 1993.
- [4] J. Galliana & M.M.R. Williams, *A finite element method for neutron transport – II. Some practical considerations*, *Annals of Nuclear Energy*, 6:4, 205-223, DOI: 10.1016/0306-4549(79)90075-6, 1979.
- [5] M.M.R. Williams: *Random Processes in Nuclear Reactors*, ISBN: 978-0-08017-920-9, Pergamon, 1974.
- [6] P. Lesaint & P.A. Raviart: *On a Finite Element Method for Solving the Neutron Transport Equation*, *Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes*, « Journées éléments finis », No. S4-A8, 1-40, 1974. Elérhető az alábbi címen: http://www.numdam.org/item/PSMIR_1974__S4_A8_0/, Internet, 2019.11.30.
- [7] P.A. Raviart & J.M. Thomas: *A mixed finite element method for second order elliptic problems*. In I. Galligani & Magenes, editors, *Mathematical Aspects of the Finite Element Method*, Volume 606 of *Lecture Notes in Mathematics*, 292-315, New York, Springer-Verlag, 1977.
- [8] J.C. Nédélec. *Mixed finite elements in \mathbb{R}^3* . *Numerical Mathematics*, 35:315-341, 1980.
- [9] R.T. Ackroyd: *A finite element method for neutron transport – I. Some theoretical considerations*, *Annals of Nuclear Energy*, 5:2, 75-94, DOI: 10.1016/0306-4549(78)90107-X, 1978.
- [10] R.T. Ackroyd, O.A. Abuzid & A.M. Mirza: *Discontinuous finite element solutions for neutron transport in X-Y geometry*, *Annals of Nuclear Energy*, 22: 3-4, 181-201, DOI: 10.1016/0306-4549(94)00043-E, 1995.
- [11] Összesítés R.T. Ackroyd munkásságáról az alábbi oldalon: <https://www.mendeley.com/authors/7005311451/>, Internet, 2019.11.30.
- [12] A. Kavenoky & J.J. Lautard: *The neutron kinetics and thermal-hydraulic transient computational module of the NEPTUNE system: CRONOS*, CEA-CONF – 6479, France, 1982.
- [13] E. Pohlen: *Investigation of core neutronics calculational methods for the HTR-critical experiment (KAHTER) with regard to the validity of calculation of the influence of the upper cavity*, Jül-1760, 1982. január
- [14] T. Ise, T. Yamazaki & Y. Nakahara: *FEMBABEL – A Computer Program for Solving Three-Dimensional Neutron Diffusion Equation by the Finite Element Method*, JAERI-1256, 1978. március
- [15] E. Jamelot, A.M. Baudron & J.J. Lautard: *Domain Decomposition for the SPN Solver MINOS*, *Transport Theory and Statistical Physics*, 41:7, 495-512, DOI: 10.1080/00411450.2012.694827, 2012.
- [16] A.M. Baudron, J.J. Lautard, Y. Maday & O. Mula: *MINARET: Towards a time-dependent neutron transport parallel solver*, *Joint International Conference on Supercomputing in Nuclear Applications and Monte Carlo 2013 (SNA + MC 2013)*, La Cité des Sciences et de l'Industrie, Paris, France, October 27-31, 2013.
- [17] Y. Wang, W. Bangerth & J. Ragusa: *Three-dimensional h-adaptivity for the multigroup neutron diffusion equations*, *Progress in Nuclear Energy*, 51:3, 543-555, DOI: 10.1016/j.pnucene.2008.11.005, 2009.
- [18] S.A. Hosseini & N. Vosoughi: *Development of two-dimensional, multigroup neutron diffusion computer code based on GFEM with unstructured triangle elements*, *Annals of Nuclear Energy*, 51, 213-226, DOI: 10.1016/j.anucene.2012.07.032, 2013.
- [19] S.A. Hosseini: *3D neutron diffusion computational code based on GFEM with unstructured tetrahedron elements: A comparative study for linear and quadratic approximations*, *Progress in Nuclear Energy*, 92, 119-132, DOI: 10.1016/j.pnucene.2016.07.006, 2016.
- [20] M. Yousefi, A. Zolfaghari, A. Minuchehr, & M.R. Abbassi: *ENTRANS: A platform for finite elements modeling of 3D neutron transport equation, Part II. Multidimensional implementation*, *Annals of Nuclear Energy*, 101, 534-551, DOI: 10.1016/j.anucene.2016.06.025, 2017.
- [21] B. O'Malley, J. Kópházi, M.D. Eaton, V. Badalassi, P. Warner & A. Copestake: *Pyramid finite elements for discontinuous and continuous discretizations of the neutron diffusion equation with applications to reactor physics*, *Progress in Nuclear Energy*, 105, 175-184, DOI: 10.1016/j.pnucene.2017.12.006, 2018.
- [22] Z. Chunyu & C. Gong: *Fast solution of neutron diffusion problem by reduced basis finite element method*, *Annals of Nuclear Energy*, 111, 702-708, DOI: 10.1016/j.anucene.2017.09.044, 2018.
- [23] G. Theler: *Difusión de neutrones en mallas no estructuradas: comparación entre volúmenes y elementos finitos*, Technical Report, 2013. december
- [24] A. A. Nahla: *Efficient computational system for transient neutron diffusion model via finite difference and theta methods*, *Annals of Nuclear Energy*, 89, 28-37, DOI: 10.1016/j.anucene.2015.09.029, 2016.

- [25] V.S. Mahadevan, J.C. Ragusa & V.A. Mousseau: *A verification exercise in multiphysics simulations for coupled reactor physics calculations*, *Progress in Nuclear Energy*, 55, 12-32, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2011.10.013>, 2012.
- [26] J. Wang, W. Liang, S. Chen, H. Zhou, Q. Xie, X. Fan & D. Qian: *Dynamic behavior in fast burst reactor with three-dimensional coupled multiphysics method*, *Nuclear Engineering and Design*, 338, 16-22, DOI: 10.1016/j.nucengdes.2018.07.026, 2018.
- [27] A COMSOL szoftver weboldala az alábbi oldalon: www.comsol.com, Internet, 2019.11.30.
- [28] D. Chandler, G.I. Maldonado, R.T. Primm & J.D. Freels: *Neutronics modeling of the High Flux Isotope Reactor using COMSOL*, *Annals of Nuclear Energy*, 38:11, 2594-2605, DOI: 10.1016/j.anucene.2011.06.002, 2011.
- [29] N. Xoubi & A.Y. Soliman: *Neutronic calculations of the IAEA 10MW MTR benchmark reactor via finite element method using COMSOL multiphysics code*, *Annals of Nuclear Energy*, 109, 277-283, DOI: 10.1016/j.anucene.2017.05.033, 2017.
- [30] N. Xoubi & A.Y. Soliman: *Neutronic modeling and calculations of the ETRR-2 MTR reactor using COMSOL multiphysics code*, *Annals of Nuclear Energy*, 109, 667-674, DOI: 10.1016/j.anucene.2017.06.007, 2017.
- [31] Hajas Tamás: *Az időfüggő diffúzióegyenlet végeselem-módszerrel megoldó program fejlesztése*, Tudományos Diákköri Konferencia dolgozat, 2018.
- [32] Hajas Tamás: *Tranziens reaktorfizikai folyamatok vizsgálata saját fejlesztésű, végeselem-módszeren alapuló diffúziós kóddal*, Tudományos Diákköri Konferencia dolgozat, 2019.
- [33] Hajas Tamás: *Az időfüggő diffúzióegyenlet megoldására szolgáló végeselem-módszeren alapuló program fejlesztése és APROS rendszerkódhoz csatolása*, Diplomamunka, 2020.
- [34] C. Geuzaine & J.-F. Remacle: *GMSH: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79:11, 1309-1331, DOI:10.1002/nme.2579, 2009.
- [35] C.P. Camusso & G. Theler: *One and two dimensional diffusion kinetics benchmarks. Milonga capabilities to solve time dependent neutron diffusion problems*. Link: <https://www.seamplex.com/docs/SP-MI-17-96D3-A.pdf>, 2017.
- [36] *Benchmark Problem Committee of the Mathematics and Computation Division of the American Nuclear Society: Argonne Code Center: Benchmark Problem Book. Numerical Determination of the Space, Time, Angle, or Energy Distribution of Particles in an As-sembly. ANL-7416 Supplement 1 Mathematics and Computers, ID-6, 129-152, DOI: 10.2172/1045673, 1972.*
- [37] *Computational Benchmark Problems Committee of the Mathematics and Computation Division of the American Nuclear Society: Argonne Code Center: Benchmark Problem Book. ANL-7416 Supplement 2 Mathematics and Computers, ID.14-A1, 552-556, 1977.*
- [38] Böröczki Zoltán et al.: *Simulation of a research reactor reactivity transient with deterministic and GPU-assisted Monte Carlo reactor kinetics codes*, *European Physical Journal Plus*, 135-281, 2020